مجلة البحوث الهندسية

العدد الثاني — الكانون (ديسمبر) — 1991

مجلة البحوث الهندسية تصدر دوريا عن مركز بحوث العلوم الهندسية - طرابلس/ الجماهيرية

1 - مقارنة بين استعمال طريقة المعاملات والطريقة المباشرة فى تصميم البلاطات الخرسانية المسلحة ذات الاتجاهين والمحمولة على عوارض. ..... محمود عبد الرحمن القلهود

2 - التغير فى القصور الذاتى للذراعيات مستطيلة القطاع. ..... مصطفى محمد الطويل

3 - دراسة صخور خواص البازلت واستخداماتها فى الخلطات الخرسانية. ..... محمد ابو عجيلة المبروك والسنوسى عبد الوهاب الأزهرى

4 - التطورات الحديثة فى تحليل الصفائح والقشريات. ..... صالح يحيى البارونى والطاهر قنابة

5 - تأثير درجات حرارة الدمك والاختبار على خواص مارشل لتصميم الخلطة الاسفلتية. ..... محمد الشتيوى عمر.

6 - التحلية كحل لمشاكل المياه بمدينة طرابلس. ..... محمد عبدالله المنتصر وحسن مختار زايد

7 - الترجمة والتعريب في الجماهيرية. ..... أحمد مختار بريرة وفخرى اسكندر

8 - نموذج رياضى لتقييم البرامج التدريبية الفنية. ..... عبد القادر الصادق عكى وموسى محمد موسى وفتحى رجب العكارى

9 - التحليل العددى لتدفق على أسطح مائلة (باللغة الانجليزية). ..... جمعة محمد الفلاح

10 - تحليل الصفائح الموضوعة على اساسات مطاطية (باللغة الانجليزية). ..... السنوسى عبد الوهاب الأزهرى.

مقارنة بين استعمال طريقة المعاملات والطريقة المباشرة في تصميم البلاطات الخرسانية المسلحة ذات الاتجاهين والمحمولة على عوارض

د. محمود عبد الرحمن القلهود
استاذ مشارك الهندسة المدنية
قسم الهندسة المدنية ـ كلية الهندسة ـ جامعة الفاتح

ملخص البحث

الهدف الرئيسي من هذا البحث هو دراسة مدى صلاحية استعمال طريقة المعاملات(*) (Method of Coefficients) في تصميم البلاطات الخرسانية المسلحة ذات الاتجاهين والمحمولة على عوارض (Beams) والتي تم الغاؤها من المواصفات الامريكية في سنة 1971 م. وقد تمت الدراسة بمقارنة نتائج هذه الطريقة بنتائج طريقة التصميم المباشرة (Direct Design Method) والمستعملة حالياً في المواصفات الامريكية، كما تم مقارنتهما بالعزوم النظرية الناتجة عن حل معادلات التحكم (Governing Equations) والتي قام بها سدرلاند واخرون[1] وذلك لتربيعات داخلية (Interior Panels) متصلة من اطرافها الأربعة وذات نسب استطالة (L1/L2) تساوى 0,5، 0,8، 1,0، 1,25، 2,0. وقد اتضح من هذه المقارنة ان العزم الكلي للتربيعة (Total Panel Moment) ـ والمعروف بمجموع العزوم السالبة والموجبة لكل من البلاطة والعارضة ـ والناتج عن استعمال طريقة المعاملات يزيد عن العزم السكوني الكلي للتربيعة (Total Static Moment) بنسبة تتراوح ما بين 4 ـ 15%. كما ان نصيب العارضة من العزم السكوني للتربيعة بالطرق الثلاث متقارب وبنسب اختلاف لا تزيد عن 12% بينما تصل الفروق بينها في عزوم البلاطة الى 31%.

دراسة سابقة

في سنة 1951 م قام سدرلاند وآخرون[1] بحل معادلات التحكم لصفيحة داخلية محمولة على عوارض وذلك باستخدام طريقة الفروقات المتناهية (Finite Differences)، ومن بعد ذلك قام كامبل[2] بتطبيق هذا الحل على بلاطات خرسانية محمولة على عوارض تتراوح جسوءاتها من صفر الى ما لا نهاية وافترض ان نسبة بواسون تساوى صفراً باعتبارها قيمة معقولة لحالة البلاطات الخرسانية المشرخة، والمنحنيات غير المتصلة في شكل (أ) تمثل هذا الحل لبلاطة داخلية مربعة.

حيث:

L_1 = طول البلاطة في اتجاه حساب العزوم من المحور الى المحور للعوارض.

L_2 = طول البلاطة في اتجاه عمودى على اتجاه حساب العزوم من المحور الى المحور للعوارض.

L_n = الباع الخالص للبلاطة في اتجاه حساب العزوم.

Mo = العزم السكونى الكلى للتربيعة = $(WuL_2L^2_n/8)$.

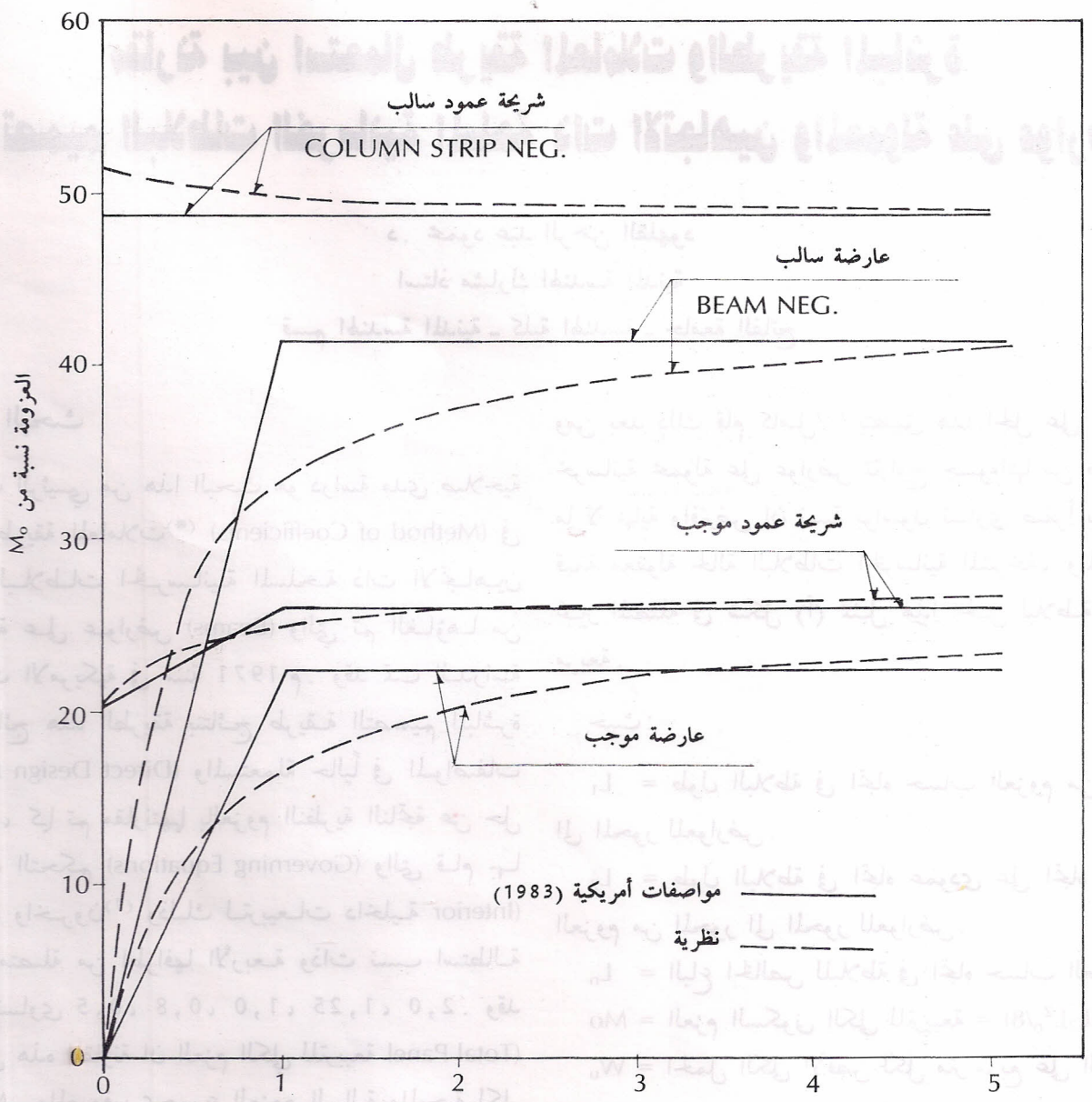
W_u = الحمل الكلى الأقص لكل متر مربع على البلاطة.

$$\alpha_1 = \frac{\text{الجسوءة الانحنائية للعارضة في اتجاه حساب العزوم } (I_b)}{\text{الجسوءة الانحنائية للبلاطة في اتجاه حساب العزوم } (I_s)}$$

وفي سنة 1971 م قامت المواصفات الامريكية[3] بتبسيط هذه المنحنيات وتحويرها الى علاقة ذات خطين (Bilinear) وذلك لاستعمالها عملياً في تصميم البلاطات بدون اللجوء الى استخدام المنحنيات. والخطوط المتصلة في نفس الشكل تمثل هذا التعديل والمعمول به حالياً في المواصفات الامريكية.

ومن ميزات هذه الطريقة انها تعطى طريقة حل موحد لجميع انواع البلاطات سواء المحمولة على عوارض أم المحمولة مباشرة على أعمدة. وهذا هو السبب الرئيسى الذى من أجله تم الغاء طريقة المعاملات والتى ينحصر استعمالها للبلاطات المحمولة على عوارض ذات جسوءات عالية.

(*)الطريقة الثالثة (Methode-3)



شكل ٢ ـ العزومة النظرية وعزومة المواصفات مقابل جسوءة العارضة لحالة بلاطة مربعة.

عزوم البلاطة بطريقة المعاملات

عزوم البلاطة فى هذه الطريقة مأخوذة أصلاً من تحليل صفيحة محمولة على دعامات مستمرة وغير قابلة للازاحة باستخدام نظرية المرونة، بعد ذلك تم اعادة توزيع هذه العزوم بما يتماشى والسلوك غير المرن للبلاطة.

وتقسم المواصفات عرض البلاطة (L_2) الى شريحتين رئيسيتين: الشريحة الوسطى (Middle Strip) والتي تمثل النصف الأوسط للبلاطة، وشريحة العمود (Column Strip) والتى تمثل الربعين الطرفيين فيها، كما هو موضح بالشكل (ب).

والعزوم السالبة والموجبة لكل متر عرض فى الشريحة الوسطى يمكن حسابه بواسطة استعمال معاملات خاصة اعدتها المواصفات على النحو التالى: ـ

$$M_{-ve} = C_{-ve}\, W_u\, Ln^2$$

$$M_{+ve} = C_{+ve}\, W_u\, Ln^2$$

حيث:

M_{-ve} = العزم السالب فى منطقة الشريحة الوسطى لكل متر عرض.

M_{+ve} = العزم الموجب فى منطقة الشريحة الوسطى لكل متر عرض.

C_{-ve} = معامل العزم السالب.

C_{+ve} = معامل العزم الموجب(*) (لحالة الحمل الثابت Dead Load).

وأما العزمين السالب والموجب فى شريحة العمود فان المواصفات تقدرهما بثلثى القيمة المناظرة فى الشريحة الوسطى. وبذلك يمكننا حساب العزم الكلى فى عرض البلاطة (L_2) على النحو التالى :-

$$\left(M_{S_{-ve}}\right) = C_{-ve}\left[\frac{L_2}{2} + \frac{2}{3}\left(\frac{L_2}{2}\right)\right] Wu\ Ln^2$$

$$= \frac{5}{6}\ Wu\ C_{-ve}\ L_2\ Ln^2$$

$$\left(M_{S_{-ve}}\right) = \frac{40}{6}\ C_{-ve}\ M_o \quad \text{.......} \quad (1)$$

$$\left(M_{S_{+ve}}\right) = \frac{40}{6}\ C_{+ve}\ M_o \quad \text{.......} \quad (2)$$

حيث

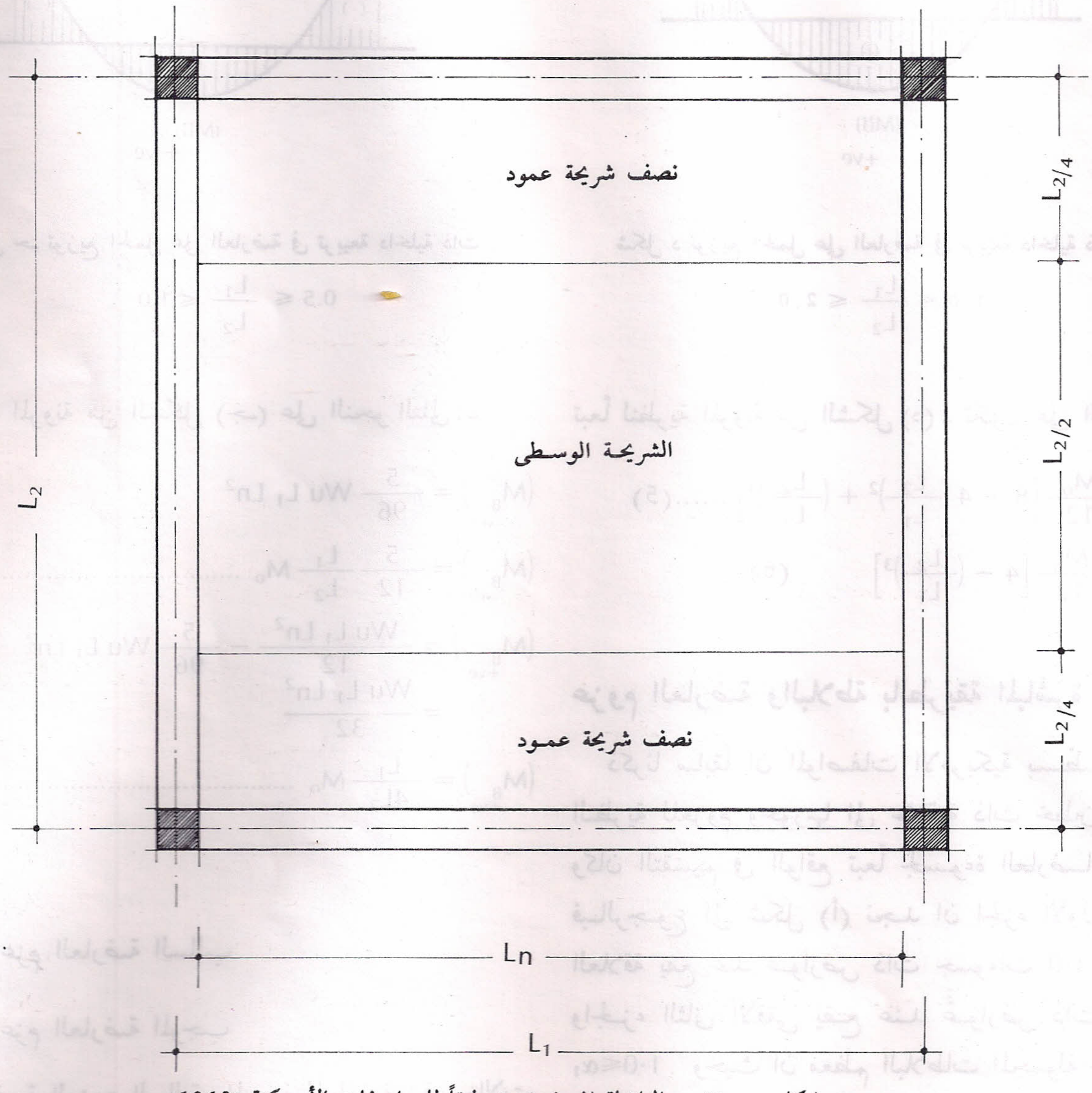
$\left(M_{S_{-ve}}\right)$ = العزم السالب الكلي للبلاطة.

$\left(M_{S_{+ve}}\right)$ = العزم الموجب الكلي للبلاطة.

عزوم العارضة بطريقة المعاملات

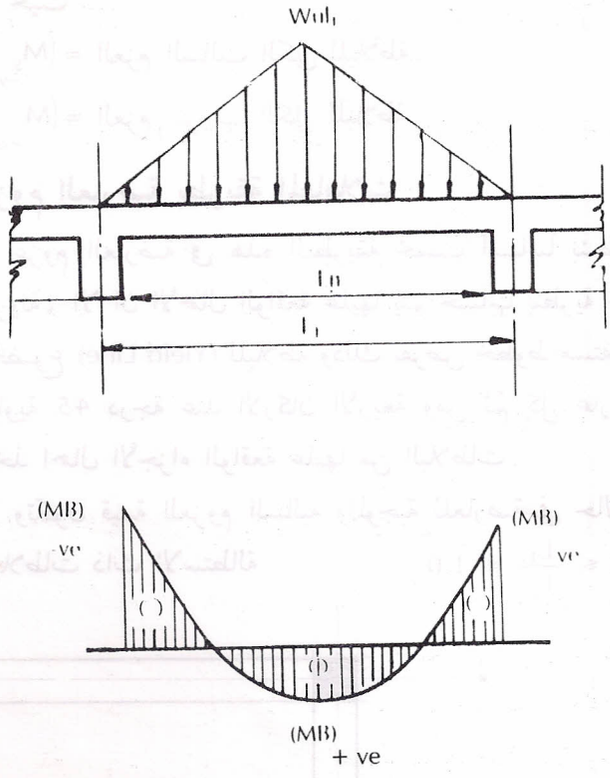
عزوم العارضة فى هذه الطريقة تحسب أساساً بنظرية المرونة، الا ان الأحمال الواقعة عليها يتم حسابها بنظرية خط الخضوع (Yield Line) للبلاطة وذلك بفرض خطوط مستقيمة بزاوية 45 درجة عند الأركان الأربعة ومن ثمّ كل عارضة تأخذ احمال الأجزاء الواقعة عليها من البلاطات.

وتكون قيمة العزوم السالبة والموجبة للعارضة فى حالات البلاطات ذات الاستطالة $0{\cdot}5 \leqslant \frac{L_1}{L_2} \leqslant 1.0$



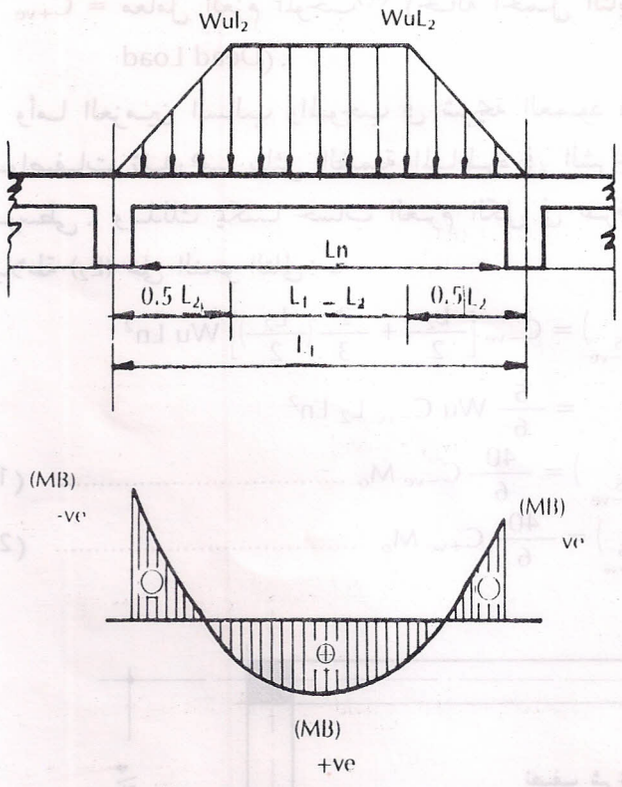
شكل ب - تقسم البلاطة إلى شريحتين طبقاً للمواصفات الأمريكية (1963)

(*)الدراسة مقصورة على حالة جميع البلاطات محمولة بالحمل الحى (Live Load)



شكل حـ توزيع الحمل على العارضة فى تربيعة داخلية ذات

$$0.5 \leq \frac{L_1}{L_2} \leq 1.0$$



شكل د توزيع الحمل على العارضة فى تربيعة داخلية ذات

$$1.0 < \frac{L_1}{L_2} \leq 2.0$$

تبعاً لنظرية المرونة من الشكل (جـ) على النحو التالى :-

$$(M_{B}{}_{-ve}) = \frac{5}{96} Wu\ L_1\ Ln^2$$

$$(M_{B}{}_{-ve}) = \frac{5}{12} \frac{L_1}{L_2} M_o \quad \ldots\ldots (3)$$

$$(M_{B}{}_{+ve}) = \frac{Wu\ L_1\ Ln^2}{12} - \frac{5}{96} Wu\ L_1\ Ln^2 = \frac{Wu\ L_1\ Ln^2}{32}$$

$$(M_{B}{}_{+ve}) = \frac{L_1}{4L_2} M_o \quad \ldots\ldots (4)$$

حيث :

$(M_{B}{}_{-ve})$ = عزم العارضة السالب

$(M_{B}{}_{+ve})$ = عزم العارضة الموجب

كما ان قيمة العزوم السالبة والموجبة للعارضة ـ فى حالات البلاطات ذات الاستطالة

$$1.0 \leq \frac{L_1}{L_2} \leq 2.0$$

تبعاً لنظرية المرونة من الشكل (د) ـ تكون على النحو التالى :

$$(M_{B}{}_{-ve}) = \frac{M_o}{12}\left[8 - 4\left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2 + \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^3\right] \quad \ldots\ldots (5)$$

$$(M_{B}{}_{+ve}) = \frac{M_o}{12}\left[4 - \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^3\right] \quad (6)$$

عزوم العارضة والبلاطة بالطريقة المباشرة

ذكرنا سابقاً ان المواصفات الامريكية بسطت المنحنيات النظرية للعزوم وحورتها الى علاقة ذات خطين مستقيمين وكان التقسيم فى الواقع تبعاً لجسوءة العارضات الحاملة، فبالرجوع الى شكل (أ) نجد ان الجزء الأول المائل من العلاقة يقع عند عوارض ذات جسوءات $0 \leq \alpha_1 \leq 1.0$ والجزء الثانى الأفقى يقع عند عوارض ذات جسوءات $\alpha_1 \geq 1.0$. وحيث ان معظم البلاطات المحمولة على عوارض عملياً تدخل ضمن نطاق الجزء الثانى ($\alpha_1 \geq 1.0$) ومن أجل المقارنة أيضاً فان طريقة المعاملات مبنية على أساس العوارض ذات الجسوءات العالية، عليه فان حسابات العزوم

بهذه الطريقة ستتم باستخدام الخط الافقى ($1.0 \leq \alpha_1$) وعلى النحو التالى : -

$$(M_B)_T = 0.85\left[0.9 - 0.3\left(\frac{L_2}{L_1} - 0.5\right)\right] M_o \quad \ldots\ldots (7)$$

$$(M_B)_{-ve} = 0.65\,(M_B)_T \quad \ldots\ldots (8)$$

$$(M_B)_{+ve} = 0.35\,(M_B)_T \quad \ldots\ldots (9)$$

$$(M_S)_{-ve} = 0.65\left[M_o - (M_B)_T\right] \quad \ldots\ldots (10)$$

$$(M_S)_{+ve} = 0.35\left[M_o - (M_B)_T\right] \quad \ldots\ldots (11)$$

حيث

$(M_B)_T$ = المجموع المطلق للعزمين السالب والموجب للعارضة .

تقدير السعة الانحنائية القصوى لقطاع البلاطة باستعمال الحد الأدنى من التسليح : -

طبقاً للمواصفات الامريكية فان السعة الانحنائية القصوى لقطاع البلاطة (L_2 h) باستعمال الحد الأدنى من التسليح يمكن ايجاده من العلاقة التالية : -

$$M\ min. = \phi \rho L_2 h f_y jd \quad \ldots\ldots (12)$$

حيث :

h = سمك قطاع البلاطة .

ϕ = معامل تخفيض السعة الانحنائية ويساوى 0.9

f_y = اجهاد الخضوع للفولاذ

jd = ذراع العزم

ρ = نسبة الحد الأدنى من التسليح وتساوي 0.2% من مساحة القطاع فى حالة استخدام فولاذ 280 نيوتن/مم 2 .

M min = السعة القصوى باستعمال الحد الأدنى من التسليح .

ومن هذه المعادلة يتضح ان السعة الانحنائية تزداد بزيادة كل من العوامل jd, f_y, h وأن هذه العوامل لحالة بلاطة ذات استطالة $\frac{L_1}{L_2} = 1.25$ طبقاً للمواصفات لا تقل عن القيمة التالية : -

$f_y \geq 280{,}000\ KN/m^2$

$h \geq \frac{Ln}{48}$

$jd \simeq 0.7\ h$

وعليه فان قيمة (M min.) لقطاع البلاطة عملياً لا تقل عن :

$$M\ min > (0.9)(0.002)(L_2)(h)(280{,}000)(0.7h)$$
$$> 0.153\ L_2\ Ln^2$$
$$> \frac{1.225\ M_o}{Wu}$$

وبفرض (Wu) تساوي 12.25 كيلونيوتن/م 2 تؤول المعادلة الى : -

$$M\ min > 0.1\ M_o \quad \ldots\ldots (13)$$

مقارنة نتائج العزوم بالطرق الثلاث

الجداول من 1 - 4 تعطى مقارنة بين نتائج العزوم السالبة والموجبة لكل من البلاطة والعارضة باستعمال الطرق المختلفة الثلاث . العزوم بطريقة المعاملات تم حسابها من المعادلات السابقة من 1 - 6، كما ان العزوم بالطريقة المباشرة تم ايجادها من المعادلات من 8 - 11، اما العزوم للبلاطة والعارضة بالطريقة النظرية فقد تم اخذها من المنحنيات المعروضة فى ورقة كامبل[2] وذلك عند نسبة $\alpha_1 = 3.0$ حيث ان هذه القيمة تعتبر متوسطة للعوارض فى مثل هذا النوع من الاسقف، اضافة الى ذلك فان العزوم تكاد تكون ذات قيمة ثابتة للنسب $3,0 \leq \alpha_1$ كما هو مبين بالشكل (أ) .

وبمقارنة نتائج العزوم بالطرق الثلاث يتضح الآتى : -

1 - نتائج عزوم البلاطة المعروضة فى جدول (1) تبدو ومن أول نظرة ان بها فروقات كبيرة بين الطرق الثلاث قد تصل الى 300% ولكن لو استثنينا قيم العزوم الصغيرة جدا (أقل من $0.1\ M_o$) والتي يحكم تصميمها الحد الأدنى من التسليح، نلاحظ ما يلى : -

أ - نسبة الفروقات بين الطريقة المباشرة والطريقة النظرية فى حدود $\pm$ 15%.

ب - قيم العزوم بطريقة المعاملات بصفة عامة أعلى من القيم النظرية وتصل نسبة الزيادة فيها الى 31%.

2 - عزوم العارضة المعروضة فى جدول (2) تبين مدى التقارب فى النتائج بين الطرق الثلاث، وان نسبة الفروق بينها لا تتعدى 12%.

3 ـ عزوم التربيعة المعروضة فى الجدولين (3، 4) تبين أن نتائج الطريقة المباشرة بصفة عامة أدق من العزوم الناتجة بطريقة المعاملات، كما أن عزم التربيعة الكلى الناتج بطريقة المعاملات بصفة عامة اعلى من القيم النظرية وبنسبة زيادة قصوى 15% باستثناء البلاطة ذات الاستطالة $\frac{L_1}{L_2} = 2,0$ والتى فيها العزوم بطريقة المعاملات تقل بمقدار 3% عن العزوم النظرية، ولكن عند هذه النسبة بالذات تكون عزوم البلاطة بسيطة جداً (أقل من $0,1\ M_o$) ويحكم تصميمها من الناحية العملية الحد الأدنى من التسليح، وبذلك عملياً تكون سعة التربيعة عند هذه الاستطالة أيضاً أكبر من السعة المطلوبة نظرياً.

والجدير بالذكر فان توزيع العزم الكلى للبلاطة بين شرائحها فى العرض (L_2) لا يشكل أهمية عالية فى مثل هذه العناصر الانشائية ذات اللدونة العالية (High Ductility). وقد أثبت التجارب المعملية ان الانهيار فيها محكوم بالسعة الكلية للقطاع.

جدول 1 ـ العزم السالب والموجب للبلاطة (*) نسبة من العزم السكونى M_o

العزم / L_1/L_2	طريقة المعاملات		الطريقة المباشرة		الطريقة النظرية		المعاملات النظرية		المباشرة النظرية	
	السالب	الموجب	السالب	الموجب	السالب	الموجب	السالب	الموجب	السالب	الموجب
0,50	0,573	0,247	0,401	0,216	0,437	0,201	1,31	1,23	0,92	1,08
0,80	0,433	0,173	0,277	0,149	0,334	0,148	1,30	1,17	0,83	1,01
1,00	0,300	0,120	0,236	0,127	0,279	0,113	1,08	1,06	0,85	1,12
1,25	0,180	0,073	0,202	0,109	0,217	0,083	0.83	0,88	0,93	1,31
2,00	0,040	0,013	0,153	0,082	0,125	0,045	0,32	0,29	1,22	1,82

(*)مجموع الشريحتين الوسطى والعمود.

جدول 2 ـ العزم السالب والموجب في العارضة نسبة من العزم السكونى M_o

العزم / L_1/L_2	طريقة المعاملات		الطريقة المباشرة		الطريقة النظرية		المعاملات النظرية		المباشرة النظرية	
	السالب	الموجب	السالب	الموجب	السالب	الموجب	السالب	الموجب	السالب	الموجب
0,50	0,208	0,125	0,249	0,134	0,230	0,132	0,90	0,95	1,08	1,02
0,80	0,333	0,200	0,373	0,201	0,333	0,185	1,00	1,08	1,12	1,09
1,00	0,417	0,250	0,414	0,223	0,388	0,220	1,07	1,14	1,07	1,01
1,25	0,496	0,291	0,448	0,241	0,450	0,250	1,10	1,16	1,00	0,96
2,00	0,594	0,323	0,497	0,268	0,542	0,288	1,10	1,12	0,92	0,93

جدول 3 ـ العزم السالب والموجب فى التربيعة (Panel neg., & pos., moment) نسبة من العزم السكونى M_o

العزم / L_1/L_2	طريقة المعاملات		الطريقة المباشرة		الطريقة النظرية		المعاملات النظرية		المباشرة النظرية	
	السالب	الموجب	السالب	الموجب	السالب	الموجب	السالب	الموجب	السالب	الموجب
0,50	0,781	0,372	0,650	0,350	0,667	0,333	1,17	1,12	0,97	1,05
0,80	0,766	0,373	0,650	0,350	0,667	0,333	1,15	1,12	0,97	1,05
1,00	0,717	0,370	0,650	0,350	0,667	0,333	1,07	1,11	0,97	1,05
1,25	0,676	0,364	0,650	0,350	0,667	0,333	1,01	1,09	0,97	1,05
2,00	0,634	0,336	0,650	0,350	0,667	0,333	0,95	1,01	0,97	1,05

جدول 4 ـ عزم التربيعة الكلى (Total Panel Moment) نسبة من العزم السكونى M_o

العزم / L_1/L_2	طريق المعاملات	الطريقة المباشرة	الطريقة النظرية
0,50	1,153	1,000	1,000
0,80	1,139	1,000	1,000
1,00	1,087	1,000	1,000
1,25	1,040	1,000	1,000
2,00	0,970	1,000	1,000

الخلاصة والتوصيات

بناء على ضوء نتائج المقارنة الواردة فى هذه الدراسة يمكن التوصل الى الخلاصة والتوصيات الآتية : ـ

1ـ عزم التربيعة الكلى (Total Panel Moment) الناتج بطريقة المعاملات بصفة عامة أعلى من العزم المناظر له والنتائج من كل من الطريقتين المباشرة والنظرية وبنسبة زيادة قصوى 15%. وتقل هذه النسبة تدريجياً كلما زادت $\frac{L_1}{L_2}$

2 ـ عزم التربيعة الكلى الناتج بالطريقة المباشرة فى حالة تكافؤ تام مع العزم المناظر له بالطريقة النظرية.

3 ـ مقارنة بالعزوم النظرية فإن طريقة المعاملات تغالى فى تقدير العزم السكونى (الموجب + السالب) للبلاطات ذات الاستطالة $0.5 \leq \frac{L_1}{L_2} \leq 1.5$ وبنسبة زيادة قصوى قدرها 29%. وتقل هذه النسبة تدريجياً كلما إقتربت البلاطة من الشكل المربع. بينما تبخس الطريقة المباشرة فى تقديره وبنسبة تصل الى 12%.

والعكس يتم حدوثه عند البلاطات ذات الاستطالة $1.0 \leq \frac{L_1}{L_2} \leq 2.0$ حيث يزداد هذا العزم بالطريقة المباشرة وينقص بطريقة المعاملات إلا أن النقص الناتج بطريقة المعاملات ليس بالأمر الهام نظراً لصغر العزوم النظرية ـ وخصوصاً عند إقتراب الاستطالة $\frac{L_1}{L_2}$ من الضعف ـ حيث يحكم تصحيحها الحد الأدنى من التسليح.

4 ـ نظراً لسهولة استعمال طريقة المعاملات فان قيمة الزيادة فى نتائج عزومها ليست بالنسبة العالية وعليه فهى تعتبر صالحة للاستعمال. اضافة الى ذلك فان معظم البلاطات العادية (ذات المقاس الصغير والمتوسط) والمحمولة على عوارض يحكم تصميمها الحد الأدنى من التسليح وخصوصاً عند استعمال الفولاذ العالى المقاومة ($F_y \geq 400$ MPa).

المراجع :

1 - Sutherland, J.G., Goodman, L, E., and Newmark, N.M., "Analysis of plates over flexible beams", Civil Engineering Studies, Structural Reseach Series No. 42 Dept. of Civil Eng., University of Illinois, Urbana, 1953.

2 - Gamble, W, "Moments in Beams Supported Slabs", Journal of American concrete Institute, March 1972.

3 - ACI 318-83 "Building Code requirements for Reinforced Concrete" American concrete Institute, Detroit, Michigan 1983.